التقريبية للخصائص الهيدروديناميكية ، حيث إن استعاضة الضغط الوسطي بضغط الكونتور يبسط هذه الحسابات .

٨-٣- الطرق التقريبية لدراسة الجريان الدائري الشعاعي غير المستقر للغاز:

يكون الضغط الطبقي للمكمن الغازي ثابتاً ومساوياً للضغط الطبقي الأولي P_k قبل فتح الطبقة ، حيث يمكن تصور المكمن الغازي خزان مغلق ولاتوجد تغذية خارجية له ، لذلك فإن الضغط سينخفض لدى اختراق البئر للطبقة واستخراج الغاز منها على عكس الجريان المستقر للغاز ، وبالتالي يمكن القول إنه يحدث خمود للمكمن الغازي .

إن هبوط الضغط نتيجة لاستخراج الغاز من الطبقة سيتوزع من البئر وحتى حدود المكمن ، كما هو الحال في الجريان الدائري غير المستقر للسائل القابل للانضغاط (انظر البند ٦-٣) . لقد قام الباحث ليبنزون (LEBENZON) بوضع نظرية جريان الغاز في الوسط المسامي ، حيث كان قد حصل على المعادلات التفاضلية التي تحدد الضغط في الطبقةعندوجود حركة غير مستقرة للغاز المثالي .وهناك طرق متعددة من أجل الحصول على الحلول التقريبية حول جريان الغاز سنذكر منها اثنتين .

٨-٣-١- طريقة التبديل المتتالي للمجالات المستقرة :

تعتمد هذه الطريقة كما ذكرنا سابقاً على الافتراضات التالية :

١) يوجد في كل لحظة مجال مضطرب نهائي يتحرك فيه الغاز إلى البئر .

٢) إن الحركة داخل المجال المضطرب مستقرة .

٣) تحدد أبعاد المجال المضطرب باستخدام معادلة الموازنة المادية .

سندرس في هذه الفقرة الجريان غير المستقر للغاز إلى البئر عند ثبات إنتاجيته ، وسنفترض أن نصف قطر البئر النهائي يساوي لـ R_c .

يعتبر المجال المضطرب في كل لحظة منطقية دائرية ذات نصف قطر $R(t)$ ، ويكون توزع الضغط فيها حسب القانون المستقر :

$$P(r,t)=\sqrt{P_k^2-\frac{P_k^2-P_c^2}{\ell n\frac{R(t)}{R_c}}\ell n\frac{R(t)}{r}}\quad :R_c\le r\le R(t) \qquad (٨-٢٧)$$

إن ضغط المنطقة الواقعة خارج المجال المضطرب سيكون مساوياً للضغط الأولي (الحالة المستقرة) .

$$P=P_k \quad : r>R(t) \qquad (٨-٢٨)$$

ففي المجال المضطرب يمكن كتابة المعادلة (٨-١٨) على الشكل التالي :

$$Q_{at}=\frac{\pi k b\left(P_k^2-P_c^2\right)}{\mu P_{at}\,\ell n\frac{R(t)}{R_c}} \qquad (٨-٢٩)$$

حيث إن ضغط القاع P_c يعتبر متغيراً وتابعاً للزمن

يمكن كتابة المعادلة (٨-٢٩) على الشكل التالي :

$$\frac{P_k^2-P_c^2}{\ell n\frac{R(t)}{R_c}}=\frac{Q_{at}P_{at}\mu}{\pi k b} \qquad (٨-٣٠)$$

نعوض هذه المعادلة في المعادلة (٨-٢٧) فنجد :

$$P(r,t)=\sqrt{P_k-\frac{Q_{at}P_{at}\mu}{\pi k b}\ell n\frac{R(t)}{r}} \qquad (٨-٣١)$$

هذا يعني أنه يعبر عن توزع الضغط ، بالإنتاجية الثابتة وبمؤشرات ذات نصف القطر $R(t)$ سنضع معادلة الموازنة المادية لهذه الحالة .

يحسب الاحتياطي الأولي للغاز (عندما $P=P_k$) في المنطقة ذات القطر $R(t)$ بالمعادلة التالية :

$$M_o=\pi\left[R^2(t)-R_c^2\right]b\,m_o\rho_k=\pi\left[R^2(t)-R_c^2\right]b\,m_o\frac{\rho_{at}}{P_{at}}P_k \qquad (٨-٣٢)$$

أما الاحتياطي في أية لحظة يعبر عنه كتابع للضغط الوسطي $\tilde{P}$:

$$M_t=\pi\left[R^2(t)-R_c^2\right]b\,m_o\tilde{\rho}=\pi\left[R^2(t)-R_c^2\right]b\,m_o\frac{\rho_{at}}{P_{at}}\tilde{P} \qquad (٨-٣٣)$$

يمكن كتابة معادلة حساب الضغط الوسطي $\tilde{P}$ (٨-٢٦) كما يلي :

$$\bar{P} = P_k - \frac{P_k^2 - P_c^2}{4 P_k \ell n \frac{R(t)}{R_c}} \qquad (٨-٣٤)$$

وبما أن استخراج الغاز يتم بإنتاجية ثابتة Q_{at} ، فإن كتلة الغاز المستخرجة في كل لحظة t تساوي $\rho_{at} . Q_{at} . t$:

$$M_o - M_t = \rho_{at} . Q_{at} . t \qquad (٨-٣٥)$$

ويمكن الحصول على هذه الكمية من المعادلتين (٨-٣٢) ، (٨-٣٣) :

$$\pi\left[R^2(t) - R_c^2\right] b\, m_o \frac{\rho_{at}}{P_{at}}\left(P_k - \bar{P}\right) = \rho_{at}\, Q_{at} . t \qquad (٨-٣٦)$$

نعوض المعادلتين (٨-٢٩) ، (٨-٣٤) في المعادلة (٨-٣٦) فنجد :

$$\pi\left[R^2(t) - R_c^2\right] b\, m_o \frac{\rho_{at}\left(P_k^2 - P_c^2\right)}{P_{at} 4 P_k \ell n \frac{R(t)}{R_c}} = \rho_{at} \frac{\pi k b\left(P_k^2 - P_c^2\right)}{\mu P_{at} \ell n \frac{R(t)}{R_c}} . t$$

ومنه :

$$R^2(t) - R_c^2 = \frac{4 k P_k}{\mu m_o} . t = 4 \bar{\chi} t$$

وبالتالي :

$$R(t) = \sqrt{4 \bar{\chi} t + R_c^2} \qquad (٨-٣٧)$$

ومن أجل قيم مختلفة لـ t فإن $4 \bar{\chi} t >> R_c^2$ لذلك يمكن كتابة المعادلة (٨-٣٧) على النحو التالي :

$$R(t) = 2\sqrt{\chi t} \qquad (٨-٣٨)$$

وبعد معرفة قانون حركة حدود المجال المضطرب الممثل بإحدى المعادلتين (٨-٣٧) ، (٨-٣٨) يمكن إيجاد الضغط في أية نقطة من الطبقة وفي أية لحظة بالمعادلة (٨-٣١) ، وكذلك تغير ضغط قاع البئر في أية لحظة .

$$P(r,t) = \sqrt{P_k^2 - \frac{Q_{at} . P_{at} . \mu}{\pi k b} \ell n \frac{\sqrt{4 \bar{\chi} t + R_c^2}}{r}} \qquad (٨-٣٩)$$

حيث إن : $R_c \le r \le \sqrt{4\bar{\chi}t + R_c^2}$

وعندما يكون $r > \sqrt{4\bar{\chi}t + R_c^2}$ يصبح الضغط مساوياًللضغط الطبقي الأولي ، أي أن :

$$P = P_k \qquad (٨-٤٠)$$

أما ضغط القاع فيصبح مساوياً :

$$P_c(t) = \sqrt{P_k^2 - \frac{Q_{at} \cdot P_{at} \cdot \mu}{\pi k b} \ell n \frac{\sqrt{4\bar{\chi}t + R_c^2}}{R_c}} \qquad (٨-٤١)$$

إن المعادلتين (٧-٣٩) ، (٧-٤٠) بالإضافة إلى استخدامهما من أجل الطبقات غير المحدودة يمكن استخدامهما أيضاً من أجل الطبقات المحدودة المغلقة والمفتوحة ذات نصف القطر R_k.ولكن قبل وصول قمع انخفاض الضغط إلى حدود الطبقة ، وهذا يعني بعد فترة طويلة من البدء بالاستثمار أي عندما :

$$R(t) = 2\sqrt{\bar{\chi}t} \le R_k$$

فإذا كانت الطبقة مفتوحة ($P = P_k$ عندما $r = R_k$) وهذا يعني نظام الدفع المائي يصبح النظام مستقراً عند فاقد ضغط ثابت، $P_k - P_c = const$ ، حيث إن :

$$P_c = \sqrt{P_k^2 - \frac{Q_{at} \cdot P_{at} \cdot \mu}{\pi k b} \ell n \frac{R_k}{R_c}} \qquad (٨-٤٢)$$

يلاحظ من المعادلات السابقة بأنها شبيهة بالمعادلات المقابلة بالنسبة لجريان السائل لذلك يمكن استخدام الاستنتاجات نفسها مع تغيير قيمة $R(t)$ فقط .

٨-٣-٢- طريقة استخدام معادلة الموازنة المادية :

لنبحث عدة مسائل تتعلق باستخراج الغاز من طبقة غازية مغلقة ذات نصف قطر R_k،حفر بئر بمركزها ذات نصف قطر R_c. فقبل وضع البئر في الاستثمار يكون في كامل الطبقة مساوياً P_H وسنبحث حالتين مبسطتين : ١) عند ثبات الإنتاجية Q_{at} ، ٢) عند ثبات ضغط قاع البئر P_c .

ففي الحالة الأولى سوف ندرس هبوط الضغط عند حدود الطبقة P_k وعند قاع البئر P_c مع الزمن ، بينما سندرس في الحالة الثانية هبوط كل من الضغط عند حدود الطبقة P_k والإنتاجية Q_{at} مع الزمن .

وفي كلتا الحالتين يتم حل هذه المسألة باستخدام طريقة التبديل المتتالي للحالات المستقرة ، أي باستخدام قوانين الارتشاح المستقرة للغاز وقانون استنفاذ المكمن الغازي ، الذي يعبر عن معادلة الموازنة المادية ، والذي يأخذ بعين الاعتبار أن كمية الغاز المستخرجة خلال فترة زمنية معينة تساوي نقصان احتياطي الغاز في الطبقة ، حيث إن الاحتياطي محدود ولاتوجد تغذية خارجية .

فإذا كانت $\tilde{\rho}$ كثافة الغاز المثالي عند الضغط الوسطي $\tilde{P}$ ، وكان V_p حجم الفراغات المسامية للطبقة والذي يعتبر ثابتاً ، فإن نقصان احتياطي الغاز خلال فترة لامتناهية في الصغر يمكن أن يحسب كما يلي :

$$-V_p\, d\tilde{\rho} = -V_p\, d\left(\frac{\rho_{at}\, \tilde{P}}{P_{at}}\right) = -\frac{\rho_{at}}{P_{at}}\, V_p\, d\tilde{P} \qquad (٨-٤٣)$$

وكمية الغاز المستخرجة خلال الزمن t يمكن أن يحسب بالمعادلة التالية :

$$Q_m(t)dt = \rho_{at}\, Q_{at}(t)\, dt \qquad (٨-٤٤)$$

وبالتالي يمكن الحصول على المعادلة التفاضلية لاستنفاذ المكمن الغازي :

$$-V_p\, d\tilde{P} = P_{at} \cdot Q_{at}(t)\, dt \qquad (٨-٤٥)$$

ولقد رأينا أنه من أجل الجريان الدائري الشعاعي المستقر للغاز يكون الضغط الوسطي $\tilde{P}$ مساوياً للضغط عند حدود الطبقة المغلقة P_k . فقد أثبت الباحث لابوك (LABOOK) أن منحني توزع الضغط في الجريان غير المستقر يتوضع فوق منحني توزع الضغط للجريان المستقر ، وذلك عند الشروط نفسها . لذلك سوف نعد أن $\tilde{P} = P_k$ ، حيث تصبح المعادلة (٨-٤٥) على الشكل التالي :

$$-V_p\, dP_k = P_{at} \cdot Q_{at}(t)\, dt \qquad (٨-٤٦)$$

١) حالة ثبات إنتاجية البئر Q_{at} :

في هذه الحالة سيكون $Q_{at} = const$ ، لذلك سوف نحصل على :

$$dP_k = -\frac{P_{at}Q_{at}}{V_p}dt \qquad (٨-٤٧)$$

وبإجراء تكامل لهذه المعادلة على اعتبار $P = P_H$ عند $t = 0$

$$P_k = P_H - \frac{P_{at}Q_{at}}{V_p}t \qquad (٨-٤٨)$$

ومن أجل إيجاد قانون تغير ضغط القاع مع الزمن ، نعوض قيمة P_k من المعادلة (٨-٤٨) في المعادلة (٨-٤٢) فنجد :

$$P_c = \sqrt{\left(P_H - \frac{P_{at}Q_{at}}{V_p}\cdot t\right)^2 - \frac{Q_{at}\cdot P_{at}\cdot \mu}{\pi k b}\ell n\frac{R_k}{R_c}} \qquad (٨-٤٩)$$

٢) حالة ثبات ضغط قاع البئر P_c:

من أجل تحديد علاقة P_k بالزمن t سنعوض قيمة Q_{at} من المعادلة (٨-٢٩) في المعادلة (٨-٤٦) :

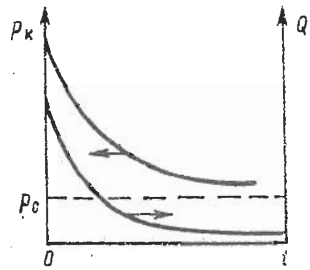
$$-V_p\frac{dP_k}{P_k^2 - P_c^2} = \frac{\pi k b}{\mu\,\ell n\frac{R_k}{R_c}}dt \qquad (٨-٥٠)$$

لنفرض أن $A = \frac{\pi k b}{\mu\,\ell n\frac{R_k}{R_c}}$ ثم نكامل المعادلة (٨-٥٠) عند الحدود $[0 \to t]$ ، $[P_H \to P_k]$:

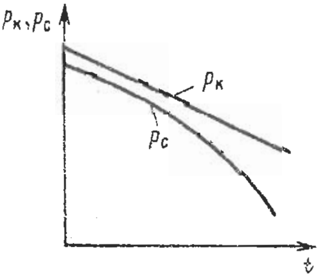
$$t = \frac{V_p}{2AP_c}\ell n\frac{(P_H - P_c)(P_k + P_c)}{(P_H + P_c)(P_k - P_c)} \qquad (٨-٥١)$$

وبالتالي يمكن القول :

١) يتغير الضغط عند حدود الطبقة خطياً مع الزمن وذلك حسب المعادلة (٨-٤٨)، وهذا ما يوضحه الشكل (٨-٤) .



شكل(٨-٥) تغير الضغط على حدود الطبقة المغلقة $P_k(t)$ والإنتاجية $Q_{at}(t)$ مع الزمن عند ضغط قاع ثابت



شكل (٨-٤) تغير الضغط على حدود الطبقة المغلقة $P_k(t)$ وضغط قاع البئر $P_c(t)$ مع الزمن عند استخراج الغاز بإنتاجية ثابتة

٢) إن العلاقة $P_c = f(t)$ حسب المعادلة (٨-٤٩) يوضحها الشكل (٨-٤) ، حيث تأخذ شكل قطع زائد .

٣) إذا أعطيت قيم مختلفة لـ P_k في المعادلة (٨-٥١) ابتداءً من P_H ثم أقل ، سنحصل على قيم مختلفة موافقة للزمن t . وإذا وضعت نفس قيم P_k هذه في المعادلة (٨-٢٩) سنحصل على قيم للإنتاجية Q_{at} مقابلة لنفس الأزمنة . والشكل(٨-٥) يوضح العلاقتين $P_k = f(t)$ ، $Q_{at} = f(t)$.

٨-٤-الجريان الدائري الشعاعي للغاز المثالي حسب قانون الارتشاح غيرالخطي :

يحدث في المنطقة القريبة من البئر الغازي ذي الإنتاجية الكبيرة إخلال في القانون الخطي للجريان (قانون دارسي) ، لذلك تتم جميع الحسابات المتعلقة باستثمار المكامن الغازية وبحث الآبار باستخدام قانون الارتشاح ثنائي الحد الممثل بالمعادلة (٢-٥٧) ، والتي يمكن كتابتها على النحو التالي بالنسبة للجريان الدائري الشعاعي:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\mu}{k} v + \rho \frac{\beta}{\sqrt{k}} v^2 \qquad (٨-٥٢)$$

سنقوم بدراسة توزع الضغط في طبقة دائرية وسنوجد معادلة جريان الغاز إلى

البئر . وسنأخذ بعين الاعتبار الإنتاجية Q_{at} وبأخذ المعادلات (٨-١) ، (٨-٥) ، $Q_m = \rho_{at}.Q_{at}$ سنجد :

$$v = \frac{Q_m}{\rho.F} = \frac{\rho_{at} Q_{at}}{\rho_{at}\frac{P}{P_{at}}.2\pi rb} = \frac{Q_{at}.P_{at}}{2\pi rbP} \qquad (٨-٥٣)$$

نعوض المعادلة (٨-٥٣) في المعادلة (٨-٥٢) مع أخذ المعادلة (٨-١) بعين الاعتبار :

$$\frac{dP}{dr} = \frac{\mu}{k}\ \frac{Q_{at}P_{at}}{2\pi rbP} + \rho_{at}\frac{P}{P_{at}}\frac{\beta}{\sqrt{k}}\frac{Q_{at}^2 P_{at}^2}{4\pi^2 r^2 b^2 P^2}$$

وبإجراء بعض التعديلات نحصل على :

$$P\,dP = \frac{\mu P_{at}Q_{at}}{2\pi kb}\ \frac{dr}{r} + \frac{\rho_{at} P_{at}\beta Q_{at}^2}{4\pi^2 b^2\sqrt{k}}\ \frac{dr}{r^2} \qquad (٨-٥٤)$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود التالية $[P_c \rightarrow P]$ ، $[R_c \rightarrow r]$ ، فنجد :

$$P^2 - P_c^2 = \frac{\mu P_{at} Q_{at}}{\pi k b}\ \ell n\frac{r}{R_c} + \frac{\rho_{at} P_{at}\beta Q_{at}^2}{2\pi^2 b^2\sqrt{k}}\left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{r}\right) \qquad (٨-٥٥)$$

أو يمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$P = \sqrt{P_c^2 + \frac{\mu P_{at}Q_{at}}{\pi k b}\ell n\frac{r}{R_c} + \frac{\rho_{at} P_{at}\beta Q_{at}^2}{2\pi^2 b^2\sqrt{k}}\left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{r}\right)} \qquad (٨-٥٦)$$

لنكامل المعادلة (٨-٥٤) عند الحدود المعروفة $[P_c \rightarrow P_k]$ ، $[R_c \rightarrow R_k]$ وبإهمال $\frac{1}{R_k}$ بالنسبة إلى $\frac{1}{R_c}$ سنحصل على المعادلة التالية :

$$P_k^2 - P_c^2 = \frac{\mu P_{at} Q_{at}}{\pi k b}\ \ell n\frac{R_k}{R_c} + \frac{\rho_{at} P_{at}\beta Q_{at}^2}{2\pi^2 b^2 R_c\sqrt{k}} \qquad (٨-٥٧)$$

لنعتبر ما يلي :

$$A = \frac{\mu P_{at}}{\pi k b}\ell n\frac{R_k}{R_c}\ ;\ B = \frac{\rho_{at} P_{at}\beta}{2\pi^2 b^2 R_c\sqrt{k}} \qquad (٨-٥٨)$$

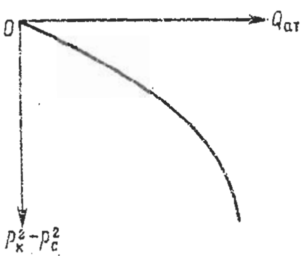
وبالتالي ستأخذ المعادلة (٨-٥٧) الشكل التالي :

$$P_k^2 - P_c^2 = AQ_{at} + B\,Q_{at}^2 \qquad (٨-٥٩)$$

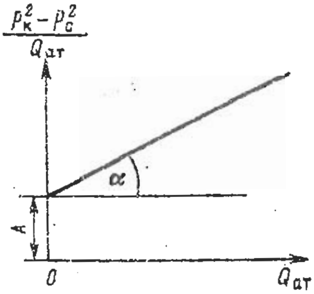
إن القيم A ، B تسمى عوامل المقاومات الهيدروليكية والتي تحدد بمعطيات بحث الآبار عند الأنظمة المستقرة . ويتم بحث الآبار الغازية عند خمسة أو ستة أنظمة ، وتقاس الإنتاجية ويحدد ضغط القاع (بتحديد ضغط الفوهة) عند كل نظام . أما قياس ضغط الكونتور فيتم بإغلاق البئر وقياس الضغط عند فوهته . بعدئذ يمكن إيجاد A ، B . تستخدم معادلة جريان الغاز إلى البئر (٨-٥٩) بشكل واسع في الحسابات عند وضع خطة استثمار المكامن الغازية .

مما سبق يمكن التوصل إلى الاستنتاجات التالية :

١) يتم رسم الدليل البياني بناء على المعادلة (٨-٥٩) ، حيث سيأخذ شكل قطع زائد يميل باتجاه محور الإنتاجية كما في الشكل (٨-٦) .



شكل (٨-٦) الدليل البياني لدى ارتشاح الغاز حسب القانون ثنائي الحد



شكل (٨-٧) علاقة $\frac{P_k^2 - P_c^2}{Q_{at}}$ بالإنتاجية لدى ارتشاح الغاز حسب القانون ثنائي الحد

٢) من الأسهل كتابة المعادلة (٨-٥٩) على الشكل التالي :

$$\frac{P_k^2 - P_c^2}{Q_{at}} = A + BQ_{at} \qquad (٨-٦٠)$$

ترسم هذه العلاقة بالإحداثيات Q_{at} ، $\frac{P_k^2 - P_c^2}{Q_{at}}$ ، وستكون هذه العلاقة خطية ،

والمنحني سيأخذ شكلاً مستقيماً يتقاطع مع محور العينات بنقطة تبعد عن مبدأ الإحداثيات مسافة A، ويميل المستقيم بزاوية α على محور السينات يكون $B = tg\,\alpha$ ، وهذا ما يوضحه الشكل (٨-٧) .

٣) عند بحث البئر يمكن معرفة قيمة A ، عندئذ يمكن تحديد الخواص الخزنية للطبقة ، وعلى سبيل المثال يمكن تحديد معامل ناقلية الطبقة كما يلي :

$$\frac{k\,b}{\mu} = \frac{P_{at}}{\pi A}\ \ell n\ \frac{R_k}{R_c} \qquad (٨-٦١)$$

٨-٥- الجريان الدائري الشعاعي للغاز الحقيقي حسب قانون الارتشاح الخطي :

إذا كان الضغط الطبقي أعلى من $10\ M\,P_a$ وانخفاض الضغط قليل $\left(\frac{P_c}{P_k} \le 0,9\right)$ فإن معادلة حالة الغاز ستختلف كثيراً عنها للغاز المثالي وبهذه الحالة يمكن تحديد كثافة الغاز بالمعادلة (٣-٣٥) . وكذلك فإن اللزوجة سوف تكون تابعة للضغط ، حيث تحدد هذه العلاقة بالمعادلة (٣-٣٨)،(٣-٣٩) أو بمنحنيات خاصة لذلك. أما النفوذية سنعتبرها ثابتة ولاتتعلق بالضغط . إن قانون الجريان سيكتب كما في المعادلة (٨-١٥) ، حيث يتم التعويض عن الكثافة بقيمتها في المعادلة (٣-٣٥) :

$$\rho.v = -\frac{k}{\mu(P)}\ \frac{\rho_{at}.P}{P_{at}\ Z(P)}\ \frac{dP}{dr} \qquad (٨-٦٢)$$

حيث إن $Z(P_{at}) = 1$ عدّ ثابتاً عند الضغط الجوي ، وبأخذ المعادلة (٨-٥) بعين الاعتبار نحصل على :

$$\frac{P}{\mu(P)\ Z(P)}\,dp = \frac{Q_{at}\ P_{at}}{2\,\pi\,b\,k}\ \frac{dr}{r} \qquad (٨-٦٣)$$

حيث إن : $Q_{at} = \frac{Q_m}{\rho_{at}}$.

نقوم بمكاملة المعادلة (٨-٦٣) عند الحدود $[P_c \to P_k]$ ، $[R_c \to R_k]$ ، عندئذ يمكن كتابة المعادلة على الشكل التالي :

$$Q_{at} = \frac{2\pi k b}{P_{at}\,\ell n\,\dfrac{R_k}{R_c}} \cdot \int_{P_c}^{P_k} \frac{P}{\mu(P)\,Z(P)}\,dP \qquad (\text{٨-٦٤})$$

تستخدم عدة طرق من أجل حساب التكامل في المعادلة (٨-٦٤) ، وأكثرها استخداماً الطريقة التالية :

باستخدام المعادلات (٣-٣٦) ، (٣-٣٧) ، (٣-٣٨) ، (٣-٣٩) أو المنحنيات الخاصة لذلك يمكن الحصول على قيم كل من($Z(P)$ ، $\mu(P)$ عند حدود الطبقة والبئر ، حيث إننا سنعتبر ما يلي : $Z(P_c) = Z_c$ ، $Z(P_k) = Z_k$ ، $\mu(P_c) = \mu_c$ ، $\mu(P_k) = \mu_k$ ، ونستبدل قيم Z ، μ المتغيرة مع الضغط بالقيم الثابتة لها $\tilde{Z}$ ، $\tilde{\mu}$ والمساوية إلى :

$$\tilde{Z} = \frac{Z_c + Z_k}{2}\ , \ \tilde{\mu} = \frac{\mu_c + \mu_k}{2} \qquad (\text{٨-٦٥})$$

عندئذ يمكن حساب التكامل في المعادلة (٨-٦٤) على النحو التالي :

$$Q_{at} = \frac{2\pi k b}{P_{at}\,\ell n\,\dfrac{R_k}{R_c}}\ \frac{1}{\tilde{Z}.\tilde{\mu}} \int_{P_c}^{P_k} P\,dP =$$

$$= \frac{\pi k b \left(P_k^2 - P_c^2\right)}{P_{at}\ \tilde{Z}.\ \tilde{\mu}.\ \ell n\,\dfrac{R_k}{R_c}} \qquad (\text{٨-٦٦})$$

تختلف المعادلة (٨-٦٦) للغاز الحقيقي عن المعادلة (٨-١٨) بوجود كل من اللزوجة الوسطية $\tilde{\mu}$ وعامل انضغاط الغاز الوسطي $\tilde{Z}$.

يمكن حساب الضغط P والإنتاجية من المعادلة (٨-٦٤) بعد تعويض قيم كل من ($Z(P)$ ، $\mu(P)$ من المعادلتين (٣-٣٧) ، (٣-٣٨) ثم إجراء التكامل .

لقد توصل الباحث لابوك (LABOOK) إلى أن إنتاجية الغاز الطبيعي المؤلف من الميتان والإيتان والبروبان والبوتان والمركبات الأثقل من ذلك ، ستكون بحدود 72% من إنتاجية الغاز المثالي عند الشروط نفسها . فإذا افترض أن الغاز مثالي ، وحسب

على هذا الأساس فإن الإنتاجية المحسوبة بهذه الطريقة ستكون أعلى من الإنتاجية الحقيقية .

٨-٦- الجريان الارتشاحي للغاز الحقيقي حسب قانون الارتشاح غير الخطي إلى البئر غير التام هيدروديناميكياً :

إذا كان جريان الغاز إلى البئر التام هيدروديناميكياً خطياً ، فإن سمنتة البئر مقابل الطبقة المنتجة وتثقيبه يؤدي إلى تصغير سطح الارتشاح وبالتالي زيادة سرعة الارتشاح في المنطقة المجاورة للبئر والتي تؤدي بدورها إلى الإخلال بقانون الارتشاح الخطي .

بناء على المعادلتين (٨-٥٢) ، (٨-٥٣) مع الأخذ بعين الاعتبار تغير كل من اللزوجة وعامل انضغاط الغاز بتغير الضغط ، يمكن كتابة معادلة جريان الغاز الحقيقي حسب قانون الارتشاح الخطي إلى البئر :

$$P_k^2 - P_c^2 = \frac{\tilde{Z} . \tilde{\mu} . P_{at}}{\pi k b} \ell n \frac{R_k}{R_c} Q_{at} +$$

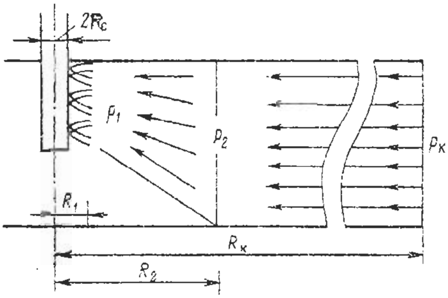
$$+ \frac{\rho_{at} \tilde{Z} P_{at} \beta}{2 \pi^2 b^2 R_c \sqrt{k}} Q_{at}^2 \qquad (٨-٦٧)$$

تعتبر عدم تمامية الآبار الغازية مع مراعاة قانون دارسي شبيهة بعدم تمامية الآبار النفطية ، وهذا يعني أن نصف قطر البئر الموجود في معادلة الإنتاجية يبدل بنصف القطر المصغر والمساوي :

$$\overline{R_c} = R_c . e^{-(C_1 + C_2)} \qquad (٨-٦٨)$$

من أجل حساب إنتاجية الآبار الغازية غير التامة من ناحية فتح الطبقة عند الانزياح عن قانون دارسي يمكن اقتراح الفرضيات التالية :

لنفرض أن لدينا طبقة دائرية . حفر في مركزها بئر لنجزىء هذه الطبقة إلى ثلاث مناطق كما في الشكل (٨-٨) .



شكل (٨-٨) مخطط جريان الغاز إلى بئر غير تام من ناحية فتح الطبقة واختراقها .

نصف قطر المجال الأول $R_1 \cong (2-3) R_c$. يحدث في هذه المنطقة وبالقرب من الثقوب إخلال بقانون دارسي (قانون الارتشاح الخطي) ، أي أنه تظهر عدم تمامية في طبيعة فتح الطبقة . أما المنطقة الثانية فهي عبارة عن منطقة حلقية نصف قطرها يقع في المجال $(R_1 < r \le R_2)$ ، حيث إن $R_2 \approx b$. في هذه المنطقة تنحني خطوط الجريان نتيجة عدم تمامية البئر من ناحية درجة فتح الطبقة ، حيث يحقق الجريان قانون الارتشاح ذا الحدين . أما في المنطقة الثالثة ذات نصف القطر $(R_2 < r \le R_k)$ يتم الجريان حسب قانون الارتشاح الخطي،حيث يمكن اعتبار الجريان دائرياً شعاعياً .

سنعتبر الضغوط عند حدود المناطق مساوية P_1 ، P_2 لذلك تكتب معادلة الضغط في المنطقة الثالثة على الشكل التالي :

$$P_k^2 - P_2^2 = \frac{Q_{at} \cdot P_{at} \cdot \mu Z}{\pi k b} \ell n \frac{R_k}{R_2} \qquad (٨-٦٩)$$

تتغير سماكة الطبقة خطياً مع البعد عن البئر في المنطقة الثانية ، وذلك من القيمة ℓ عند المسافة $r = R_1$ وحتى b عند المسافة $r = R_2$ حسب القانون التالي :

$$b(r) = \alpha + \beta r \qquad (٨-٧٠)$$

تحدد قيم α ، β عند الشروط الحدية $b(r) = \ell$ عندما $r = R_1$ ، $b(r) = b$ عندما $r = R_2$.

للحصول على قانون الجريان في المنطقة الثانية يجب إجراء تكامل للمعادلة (٨-٥٤) بعد اعتبار سماكة الطبقة غير ثابتة ، وإنما تتغير مع المسافة (r) كما في المعادلة (٨-٧٠) :

$$P_2^2 - P_1^2 = \frac{Q_{a1} P_{a1} \mu \bar{Z}}{\pi k b} \left(\ell n \frac{R_2}{R_1} + C_1 \right) + \frac{\rho_{a1} P_{a1} \beta Z Q_{a1}^2}{2 \pi^2 b^2 \sqrt{k}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + C_1' \right) \qquad (٨-٧١)$$

حيث إن C_1 ، C_1' ـ عوامل تصف عدم تمامية البئر من ناحية درجة فتح الطبقة والتي تحدد بالمعادلات التالية :

$$C_1 = \frac{1}{\bar{b}} \ell n \bar{b} + \frac{1 - \bar{b}}{\bar{b}} \ell n \frac{b}{R_1} \; ; \; \bar{b} = \frac{\ell}{b}$$

$$C_1' \cong \left(\frac{1}{\bar{b}^2} - 1 \right) \frac{1}{\bar{b}} \qquad (٨-٧٢)$$

إن المعادلة (٨-٧٢) تقريبية لأنها تستخدم عندما يكون $\ell >> R_1$. يتم الارتشاح في المنطقة الأولى حسب القانون غير الخطي ثنائي الحد ، حيث يتم الإخلال بالجريان الدائري الشعاعي نتيجة لوجود الثقوب ، ويعبر عن عدم تمامية البئر من ناحية طبيعة فتحها بالعوامل C_2 ، C_2' :

$$P_1^2 - P_c^2 = \frac{Q_{a1} P_{a1} \mu \bar{Z}}{\pi k b} \left(\ell n \frac{R_1}{R_c} + C_2 \right) + \frac{\rho_{a1} P_{a1} \beta \bar{Z} Q_{a1}^2}{2 \pi^2 b^2 \sqrt{k}} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_1} + C_2' \right) \qquad (٨-٧٣)$$

يحدد المعامل C_2 بمنحنيات شوروف (SHOOROF) كما في الشكل (٤-٢٣) ، أما قيمة C_2' فتحدد بالعلاقة التقريبية التالية :

$$C_2' = \frac{b^2}{3 N^2 R_0^3} \qquad (٨-٧٤)$$

حيث إن N ـ عدد الثقوب الكامل ، R_0 ـ عمق دخول الطلقات في الطبقة .

وبجمع المعادلات (٨-٦٩) ، (٨-٧١) ، (٨-٧٣) مع إهمال قيمة $\frac{1}{R_2}$

نحصل على معادلة جريان الغاز إلأى البئر غير التام :

$$P_k^2 - P_c^2 = \frac{Q_{a1} P_{a1} \mu Z}{\pi k b} \left(\ln \frac{R_k}{R_c} + C_2 + C_2 \right) +$$

$$+ \frac{\rho_{a1} P_{a1} \beta Z Q_{a1}^2}{2 \pi^2 b^2 R_c \sqrt{k}} \left(1 + R_c C_1' + R_c C_2' \right) \qquad (٨-٧٥)$$

وإذا أردنا كتابة هذه المعادلة باستخدام عوامل المقاومة الهيدروليكية A ، B حسب المعادلة (٨-٥٩) فإن هذه العوامل ستأخذ الشكل التالي :

$$A = \frac{P_{a1} \mu Z}{\pi k b} \left(\ln \frac{R_k}{R_c} + C_2 + C_2 \right) \qquad (٨-٧٦)$$

$$B = \frac{\rho_{a1} P_{a1} \beta Z}{2 \pi^2 b^2 R_c \sqrt{k}} \left(1 + R_c C_1' + R_2 C_2' \right) \qquad (٨-٧٧)$$

حيث إن قيم C_1 ، C_1' ــ تحدد حسب المعادلة (٨-٧٢) ، وقيم C_2' حسب المعادلة (٨-٧٤) ، أما قيمة C_2فتحدد حسب منحنيات شورف كما في الشكل (٤-٢٣) .